Solution EX04

1 - stabilité $|\lambda I - A|$?

$$\begin{vmatrix} \lambda+3 & +2 & 0 & 0 \\ -1 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda+2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \lambda+3 & 2 \\ -1 & \lambda \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \lambda+2 & -2 \\ 0 & \lambda \end{vmatrix}$$

$= (\lambda^2+3\lambda+2)\,\lambda\,(\lambda+2) = \lambda(\lambda+2)^2(\lambda+3)$; Σ LS

Commandabilité : $C_{om}^{4\times 8} = [B \;\; AB \;\; A^2B \;\; A^3B]$

rang$(C_{om}) = 4$ Σ complet. com

Soit $C_{om1} = [b_1, Ab_1, A^2b_1, A^3b_1] = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 7 & -23 \\ 0 & 1 & 1 & 7 \\ 0 & 2 & -4 & 8 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$;

rang $(C_{om1}) = 4$. Σ complet. com. par u_1 seul.

$C_{om2} = [b_2 \; Ab_2 \; A^2b_2 \; A^3b_2]$, rang$(C_{om2}) < 4$

Σ n'est pas complet. com par u_2 seul.

observabilité $Ob = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ CA^3 \end{pmatrix}$ rang$(Ob) = 4$

Σ complet. obs.

2 Retour d'état : $u = -Kx + r$.

$K = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & k_3 & k_4 \\ k_5 & k_6 & k_7 & k_8 \end{bmatrix}$ le système est MIMO

donc K n'est pas unique.

Ca - Puisque Σ est complet. com par u_1 seul

on choisi $K = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & k_3 & k_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} =$

on calcul $A - BK$ et on impose $-1, -2, -3, -4$.